

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

М.З. Мамедов<sup>1</sup>, С.А. Гасанова<sup>2</sup>, И.Т. Алекперова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Бакинский Евразийский Университет, Баку, Азербайджан

<sup>2</sup>Азербайджанский Государственный Экономический Университет,  
Баку, Азербайджан

**Резюме.** В этой работе речь идёт об общих принципах и понятиях, к которым относится рыночный спрос на продукцию производства и ассортимента выпускаемой продукции. Рассматривается итеративный режим, используемый в экономике математических моделей, как один из характерных приемов в случае плохо структурированных задач. Предложен механизм построения экономической динамики. Изучена взаимосвязь между синтетическими показателями верхнего уровня экономической иерархии.

**Ключевые слова:** итеративный, иерархия, интерпретация, спрос.

---

### İQTİSADİ PROSESLƏRİN RİYAZİ MODEL- LƏŞDİRİLMƏSİNİN BİR MƏSƏLƏSİ

M.Z. Məmmədov, S.A. Həsənova,

İ.T. Ələkbərova

*Bakı Avrasiya Universiteti, Bakı, Azərbaycan  
Azərbaycan Dövlət İqtisad Universiteti, Bakı,  
Azərbaycan*

**Xülasə.** Məqalədə istehsal olunan konkret bir məhsul və onun növlərinə (çeşidlərinə) uyğun bazar tələblərinin ümumi anlayış və prinsiplərinin bəzi məsələləri araşdırılır. Bu məqsədlə iqtisadi proseslərdə tətbiq olunan və müəyyən mənada pis quruluşa malik məsələlər üçün xarakterik olan riyazi modellərin iterativ rejiminə baxılır. İqtisadi dinamikənin qurulması mexanizmi təklif olunur. İqtisadi ierarxiyanın yuxarı səviyyəsinin sintetik indikatorları arasında əlaqə tədqiq edilir.

**Açar sözlər:** iterativ, ierarxiya, interpretasiya, tələb.

### ON A PROBLEM OF MATHEMATICAL MODELS OF ECONOMICAL PROCESSES

M.Z. Mammadov, S.A. Gasanova,

I.T. Alekperova

*Baku Eurasian University, Baku, Azerbaijan  
Azerbaijan State Economic University, Baku, Azerbaijan*

**Abstract.** In this work we discuss the general principles and concepts, which include market demand for production products and assortment of products. We consider the iterative regime used in the economy of mathematical models as one of the characteristic techniques in the case of poorly structured problems. A mechanism for constructing economic dynamics is proposed. The relationship between the synthetic indicators of the upper level of the economic hierarchy has been studied.

**Keywords:** iterative, hierarchy, interpretation, demand.

---

### 1. Введение

Объектами применения теории оптимального управления являются управляемые системы, описываемые дифференциальными уравнениями дискретных процессов. В этой работе речь идёт об общих принципах и понятиях производственно-экономических систем.

Целью функционирования системы является системные признаки. К ним относятся: рыночный спрос на продукцию производителя и число наименований выпускаемой продукции, производственные мощности предприятия по выпуску продукции

различных наименований и аналогичные показатели предприятий-конкурентов, обеспеченность материальными, трудовыми ресурсами, общий фонд заработной платы и условия ее использования и т.д. Так же к ним относятся факторы и условия, сдерживающие повышение эффективности производства. Сущностью системы управления -это установление и описание взаимосвязей и взаимозависимостей между наиболее существенными факторами и характеристиками предприятия.

Предприятие - это производственно-экономическая система. Для выделения системы требуется наличие:

- a) цели, для реализации которой формируется система;
- b) объекта исследования, состоящего из множества элементов, связанных в единое целое важными относительно цели системными признаками;
- c) субъекта исследования (“наблюдателя”), формирующего систему;
- d) характеристик внешней среды по отношению к системе.

Экономическая система как объект управления (некоторые аспекты математического моделирования). Экономическая система охватывает параметры и характеристики производства, распределения, обмена и потребления, материальных благ. Функционирование экономических систем по своей сущности многокритериально. В процессе функционирования предприятия одновременно ставятся цели добиться максимально возможной прибыли и выпуска продукции в натуральном или стоимостном выражении, выдержать необходимые потребителю ее номенклатуру или ассортимент, уровень качества, снизить удельную себестоимость и т.д. Стремление к максимальному валовому выпуску продукции (в стоимостном или натуральном выражении) одновременно ведет и к валовому росту себестоимости. Ограничение такой себестоимости – противоположное требование к росту выпуска продукции. Минимизировать себестоимость производства имеет смысл тогда, когда точно установлен необходимый для реализации объем производства. Подобные противоречия могут иметь место и в отношении других частных критериальных показателей. Цели функционирования многих экономических и особенно социально-экономических систем не всегда возможно четко сформулировать. Наиболее простой подход естественных – это ориентация на рост денежных доходов населения.

Итеративный режим использования в экономике математических моделей – один из характерных приемов в случае плохо структурированных задач. Построение математических моделей управления производством на каждом уровне иерархии связано с использованием укрупненной информации: чем выше уровень иерархии, тем большая степень агрегирования данных.

## 2. Однопродуктовая динамическая макроэкономическая модель

Исследование взаимосвязей элементов производства вне общественной формы реализации продукции приводит к производственно-технологической интерпретации экономики рис. 1.

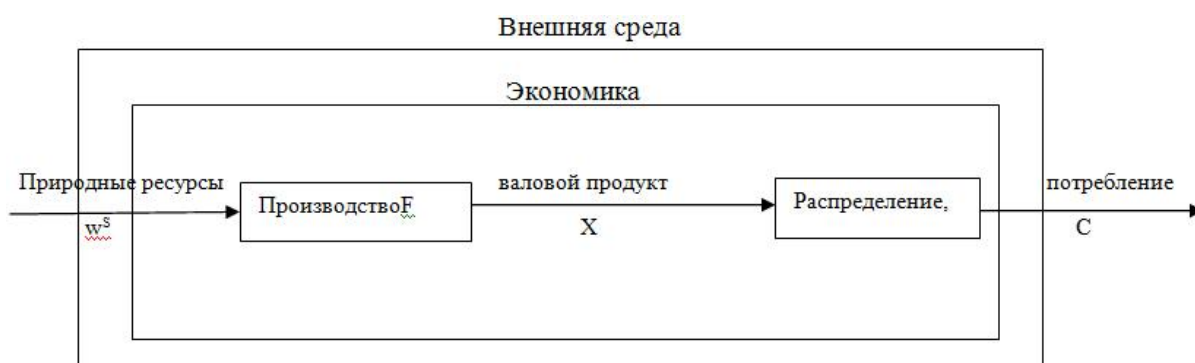


Рис.1

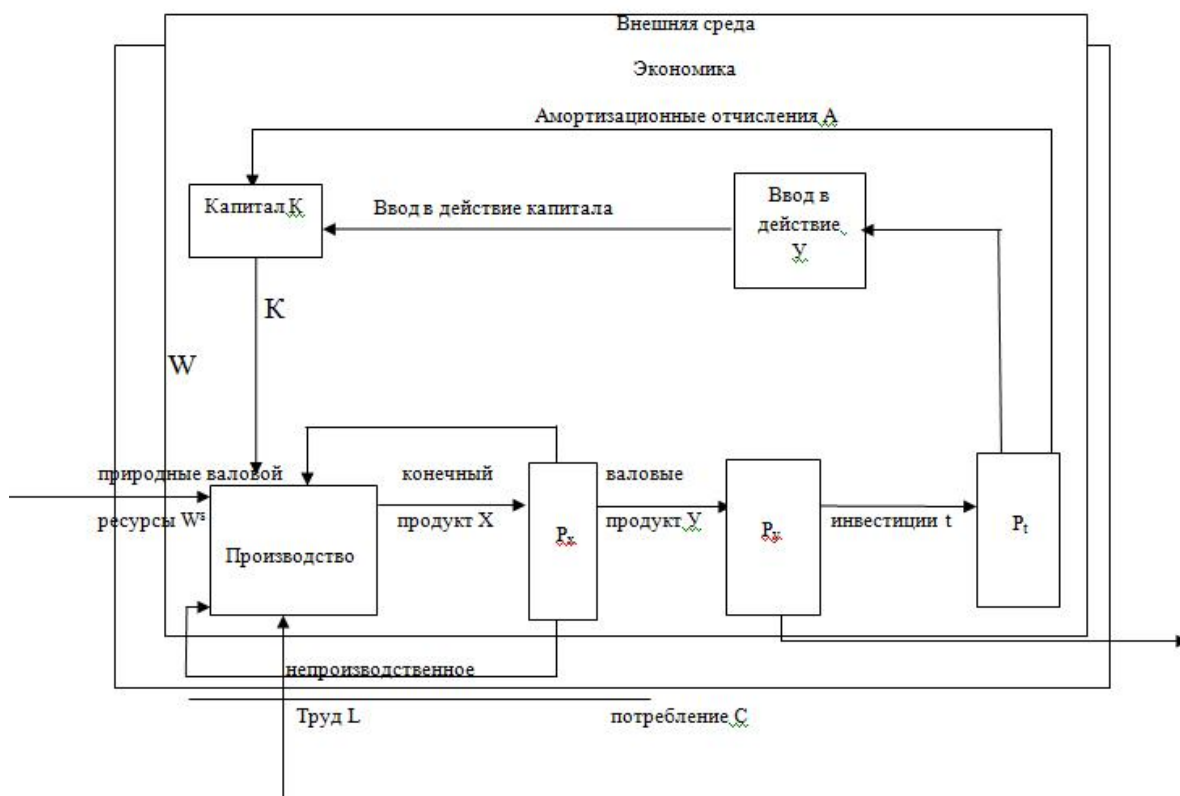


Рис.2

На рис.2 показаны факторы, характеризующие производство: живой труд ( $L$ ), средства труда (основные производственные фонды, капитал  $K$ ) и предметы труда ( $W^s$ ) – ресурсы.

Результатом производственной деятельности является валовой продукт ( $X$ ), распределяемый в блоке  $P_x$  на производственное потребление ( $W$ ) и конечный продукт

(Y). В свою очередь, конечный продукт (Y) делится в блоке распределения  $P_Y$  на валовые капитальные вложения (I) и на непроизводственное потребление (C).

Валовые капитальные вложения I, входящие в блок P I, делятся на амортизационные отчисления (A) и чистые инвестиции, идущие на расширение производственных фондов.

Ограничимся изучением взаимосвязей между синтетическими показателями верхнего уровня экономической иерархии. Одним из подходов к решению данной проблемы является построение однопродуктовой макроэкономической модели. С помощью этой модели изучают свойства и тенденции изменения взаимосвязанных агрегированных показателей, таких, как валовой и конечный продукты, трудовые ресурсы, производственные фонды (капитал), инвестиции, потребление и т.д. Так, на макроуровне блок распределения  $P_X$  показывает взаимосвязь между валовым продуктом X, производственным потреблением W и конечным продуктом Y:

$$X=W + Y \quad (1)$$

Блок  $P_Y$  делит конечный продукт на две составляющие: валовые капитальные вложения I и непроизводственное потребление C, т.е.

$$Y= I + C \quad (2)$$

Инвестиции составляют материальную основу наращивания и перевооружения производства. За их счет осуществляется ввод в действие основных производственных фондов. Однако этот процесс сопряжен с определенными трудностями, одной из которых является учет распределенного запаздывания прироста основных фондов от реализации капитальных вложений. В экономико-математическом моделировании имеется ряд подходов к описанию этой взаимосвязи.

В однопродуктовой модели делается предположение, что валовые инвестиции полностью расходуются на прирост основных производственных фондов, в том же году и на амортизационные отчисления:

а) в дискретном варианте эта взаимосвязь имеет вид:

$$\begin{aligned} I &= q\Delta K_t + A, \\ \Delta K_t &= K_{t+1} - K_t \\ A &= \mu K_t, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\Delta K_t$  – рост производственных фондов в году t;

q – параметр модели;

A – амортизационные отчисления;

$\mu$  – коэффициент амортизации;

$K_t$  – основные производственные фонды в году t;

б) аналогом уравнения (3) в непрерывном варианте является

$$I = q \frac{dK}{dt} + \mu K \quad (3')$$

Отсюда можно получить дифференциальное уравнение динамики фондов

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{q}(I - \mu K) \quad (4)$$

Объединяя уравнения связи (1)–(4), получим однопродуктовую динамическую макромодел в дискретном варианте:

$$X_t = W_t + q\Delta K_t + \mu K_t + C_t$$

Если считать производственные затраты  $W$  пропорциональными выпуску продукции  $X$ , т.е.

$$W = aX \quad (5)$$

то в дискретном варианте однопродуктовая динамическая модель примет вид:

$$X_t = aX_t + q\Delta K_t + \mu K_t + C_t \quad (6)$$

откуда можно получить:

$$\Delta K_t = \frac{1}{q}[(1 - a)X_t - \mu K_t - C_t], \text{ а в непрерывном варианте}$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{q}[(1 - a)X - \mu K - C]$$

В некоторых случаях используют упрощенные варианты однопродуктовой динамической модели.

Количественный анализ и математическая формулировка экономических законов служит переходной ступенью от их качественной трактовки к разработке моделей оптимального развития. В качестве материального носителя при этом предполагается рассматривать в основном различные формы общественного продукта. В исследуемой оптимизационной модели в качестве критерия оптимальности предполагается максимизировать дисконтированную сумму конечного (непроизводственного) потребления в течение срока прогнозирования (планирования)  $[0;T]$ :

$$I = \int_0^t \theta(t)C(t)dt \quad (7)$$

где  $C(t)$  – непроизводственное потребление;  $\theta(t)$  – функция дисконтирования, отражающая потребления в данный момент  $t$  относительно потребления того же продукта в последующие моменты.

Пусть

$$\max \theta(t) = \theta(0) \text{ и } \frac{d\theta}{dt} < 0$$

Задача оптимального развития экономики можно сформулировать следующим образом: определить такой вариант выпуска продукции  $X(t)$  и такое непроизводственное потребление  $C(t)$ , которые обеспечат наибольшее интегральное дисконтированное потребление.

Распределение продукции определено дифференциальным уравнением

$$X_t = aX_t + q \frac{dK}{dt} + \mu K + C(t)$$

выпуск продукции ограничен производственной функцией  $F(t, R, L)$ , где  $0 \leq X \leq F(t, R, L)$ , а рост производственных фондов ограничен снизу:  $K(t) \geq K_{задан}$  и  $x(t_0) = x_0$ .

Найти такой вариант развития, обеспечивает максимум функционала (7). Итак, рассмотренная монопродуктовая модель учитывает не только динамику развития экономики, но и цель этого развития. Количественное определение оптимального варианта развития экономики с помощью этой модели связано с использованием аппарата.

### Литература

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф., (1976), Математическая теория оптимальных процессов, Москва, Наука.
2. Кротов В.Ф., Гурман В.И., (1973), Методы и задачи оптимального управления, Москва, Наука.
3. Кротов В.Ф., Лагоша Б.А., Лобанов С.М., Данилина Н.И., Сергеев С.И., (1990), Основы теории оптимального управления, Москва, Высшая школа.
4. Кремер Н.Ш. и др., (2005), Высшая математика для экономистов, Москва.
5. Солодовников А.С. и др., (2011), Математика в экономике, Часть 2, Москва.